

Исследование влияния некогерентности пучка на точность восстановления томографических изображений.

Ингачева А.С.
НИУ ВШЭ
ingacheva@gmail.com

Прун В.Е.
МФТИ
vicproon@gmail.com

Чукалина М.В.
ИПТМ РАН, ИК РАН
chukalinamarina@gmail.com

Аннотация

В работе рассматривается возможная неточность моделей компьютерной томографии в части учета влияния энергетического спектра рентгеновского пучка. Рассматривается 2-мерный вариант задачи. Для разделения влияния некогерентности пучка и особенностей собственно алгоритма восстановления предлагается подход пересчета веерной измерительной схемы в параллельную, поскольку алгоритмы восстановления для последней изучены более детально. Приводятся результаты тестирования предложенного подхода.

1. Введение

Попытка повысить пространственное разрешение в лабораторных компьютерных томографах приводит к необходимости использования измерительных схем с увеличением. Это требует либо установки дополнительных узлов в оптическую схему при использовании когерентного пучка, либо использование конической некогерентного излучения. Установка фильтров в коническую схему сильно уменьшает поток, и при переходе в область нанометрового пространственного разрешения, выглядит на первый взгляд нецелесообразной. Чем ближе удастся придвинуть образец к источнику, а детектор отодвинуть от образца, тем больше достигаемое увеличение. Если не происходит замены детектора, работающего в режиме счета квантов, на энергодисперсионный, то упрощение измерительной схемы ведет к усложнению аппарата реконструкции изображения из набора зарегистрированных проекций, поскольку теперь пучок не является когерентным, и требуется учитывать вклад каждой компоненты энергетического спектра.

Большое количество алгоритмов восстановления компьютерной томографии хорошо оптимизировано для параллельной схемы. Существует целый ряд интегральных методов реконструкции, недавно алгебраический метод был ускорен асимптотически с помощью быстрого преобразования Хафа [1]. Результаты экспериментов в параллельной схеме эффективно обрабатываются с использованием вычислений на графических процессорах (CUDA) [2]. Цель настоящей работы – получить возможность пользоваться алгоритмическими наработками, созданными для параллельной схемы при обработке результатов экспериментов в конической измерительной схеме. Есть принципиальное различие между синограммами (наборами проекций, собранных для всех сечений объекта, покрытых измерениями), собранными в конической и параллельной схеме. Заключается оно в том, что, если в параллельной схеме сечения объекта параллельны и могут быть восстановлены независимо, а затем из них собирается 3D объем, то в коническом случае при формировании лучевой суммы задействованы воксели 3D объекта, лежащие на разной высоте. Исключение составляет только центральное сечение. Для него все лучи перпендикулярны оси вращения объекта. Это, так называемая, «веерная» схема. Цель данной работы – построить алгоритм пересчета центральной 2D проекции из веерной в параллельную схему, чтобы затем использовать все преимущества алгоритмов, созданных для параллельной схемы, для дальнейших операций.

В статье представлены результаты решения задачи пересчета синограммы, полученной в веерной схеме в синограмму, формируемую при использовании параллельного пучка. Предложенные алгоритмы пересчета численно реализованы на языке программирования C++. При расчете модельных синограмм используются библиотеки XRayLib [3]. Проверка корректности рассматриваемой реализации производится сравнением фантома геометрии Шеппа-Логана

[4] с результатами реконструкции изображения из набора модельных томографических проекций.

В разделе 2 описана схема эксперимента, вводится координатное пространство и основные обозначения, используемые в математической модели. В разделе 3 формулируются уравнения связи для синограмм в 2 схемах. В разделе 4 описан способ генерации фантомов и синограмм, а в разделе 5 приведено описание используемого алгоритма восстановления. В разделе 6 представлены и обсуждаются результаты реконструкций пересчитанных синограмм.

2. Схема эксперимента

Схема томографических рентгеновских измерений проиллюстрирована на рис.1. Сечение объекта располагается в плоскости XOY. Источник рентгеновского излучения располагается в точке $O(0,0)$ в веерной схеме. В направлении оси OX распространяется рентгеновское излучение в параллельной схеме. На расстоянии OC от начала отсчета располагается детектор с пространственным разрешением. Исследуемый объект находится между источником и детектором. Ось вращения объекта перпендикулярна плоскости сечения и проходит через $A(x_c, y_c)$ — центр вращения. Луч, проходящий через ось OX является общим как для веерной так и для параллельной схемы. Ход лучей в веерной схеме показан сплошной линией и пунктирной линией в параллельной схеме.

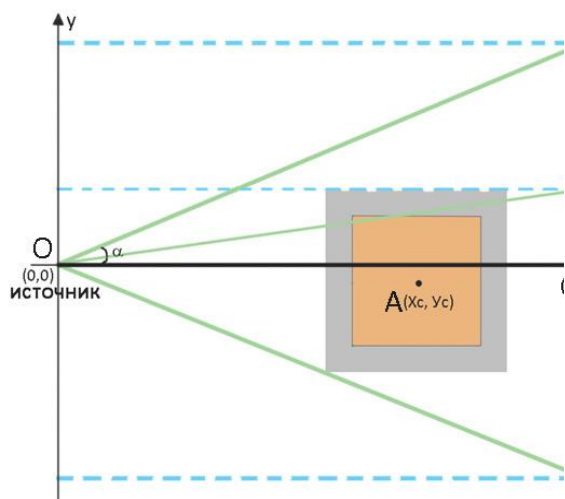


Рис. 1. Схема эксперимента

В ходе эксперимента измеряется число прошедших через образец квантов для каждого их проекционных углов. Цель метода рентгеновской томографии — восстановление распределения коэффициента линейного ослабления (назовем его функцией пропускания) $f(x,y)$ образца. Ослабление падающего монохроматического рентгеновского излучения

происходит в соответствии с законом Бугера - Ламберта - Бера:

$$I(\theta, s) = I_0 \exp \left(- \int f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - s) dx dy \right), \quad (1)$$

где $I(\theta, s)$ — измеренная детектором интенсивность в ячейке s при угле поворота объекта θ , I_0 — интенсивность источника, $f(x, y)$ — искомая функция ослабления излучения, δ — дельта-функция Дирака.

Чтобы создать более полное представление о геометрии эксперимента, будут приведены значения некоторых параметров схемы: апертура веерного пучка $\alpha = 15.0879^\circ$, размер детектора равен длине отрезка $RR' = 1024$ пикселя, расстояние от начала координат (точка O) до детектора (точка C) равно $H = 1900$ пикселей. Расположение центра вращения образца зафиксировано по одной координате, $x_c = 1075$.

3. Постановка и аналитическое решение задачи.

Как было сказано во введении, цель данной работы — научиться использовать алгоритмы, созданные для восстановления синограмм в параллельной схеме, применительно к синограммам веерной схемы. Для этого предлагается преобразовать синограмму, рассчитанную в веерной схеме, так, как если бы она была получена в параллельной схеме.

Рассмотрим пару лучей, исходящих под углами γ и $-\gamma$ из источника, как показано на рис. 2. Обозначим за B и B' точки падения этих лучей на детектор. Обозначим координату точки B по оси OY за S . Тогда координата точки B' будет $-S$. Имеет место равенство

$$\gamma = \arctg \frac{S}{H}. \quad (2)$$

На рис. 3 изображена схема формирования лучевой суммы в параллельной схеме при повороте образца на угол γ . Легко видеть, что в обоих случаях значение в соответствующих ячейках детектора формируется одним и тем же интегралом типа (1), только в одном случае повернут луч, а в другом — объект. Установив такое соответствие для каждого угла поворота и ячейки детектора, будет вычислено исходное преобразование синограмм.

Пусть (α_f, S_f) — координата точки синограммы в веерной схеме: α_f — угол поворота объекта, S_f — ячейка детектора. Необходимо восстановить соответствующую пару (α_p, S_p) координат точки синограммы в параллельной схеме. Для определения соответствия координат в параллельной и веерной схеме необходимо знать угол γ и длину отрезка AE . Угол γ можно найти по формуле (2). Для нахождения отрезка AE рассмотрим треугольники OBC , ODF и AEF ,

которые показаны на рис. 2. Из простых геометрических соотношений можно заметить, что угол $EAF = \gamma$, тогда $AE = AF \cdot \cos(\gamma)$.

Найдем отрезок AF . На рис. 2 видим, что $AF = AD + DF$. $AD = 0 - x_c$, так как луч OD проходит через начало координат, а точка A - центр вращения объекта, которая лежит ниже оси вращения, на данном рисунке, и имеет отрицательную координату. Из подобия треугольников OBC и ODF получаем: $FD = y_c \cdot S_f / H$. В итоге получаем формулы для пересчета координат:

$$\alpha_p = \alpha_f + \text{arctg} \frac{S_f}{H} \quad (3)$$

$$S_p = \cos\left(\frac{S_f}{H}\right) \cdot \left(\frac{y_c \cdot S_f}{H} - x_c\right). \quad (4)$$

Данные формулы пересчета и были использованы для создания программы, осуществляющей пересчет синограмм.

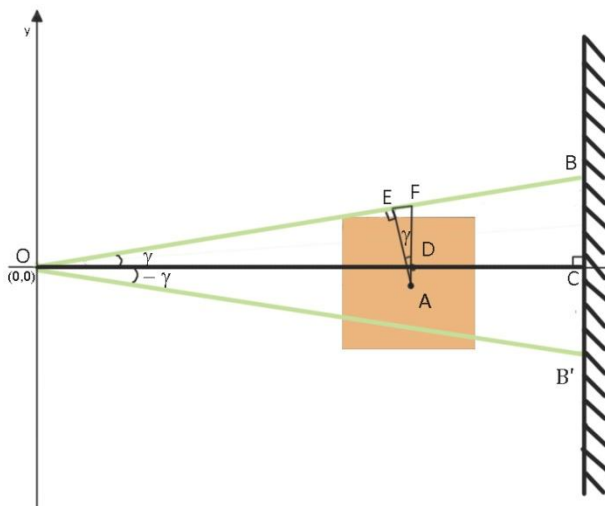


Рис. 2. Иллюстрация подсчета лучевой суммы в веерной схеме.

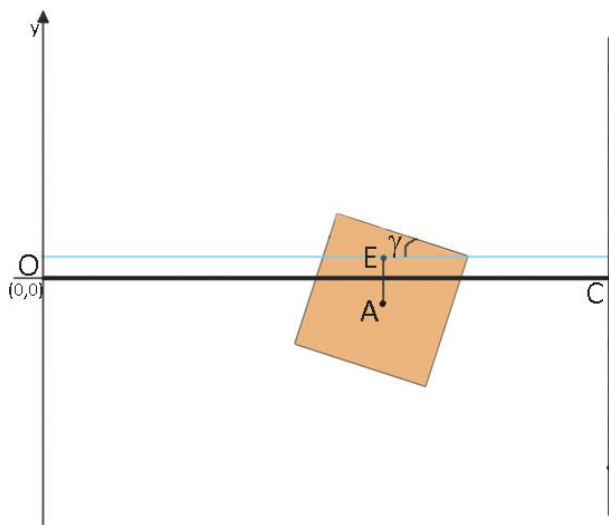


Рис. 3. Иллюстрация подсчета лучевой суммы в параллельной схеме.

4. Генерация синограмм в веерной схеме.

Для проведения экспериментов по восстановлению был разработан инструментарий по генерации синограмм в веерной схеме. Здесь будет приведено его описание.

Первая часть состоит в генерации фантома. Для экспериментов была выбрана стандартная геометрия фантома Шеппа-Логана (рис. 4). С использованием библиотеки XRayLib, был создан инструмент генерации функций ослабления рентгеновского излучения материалом зоны фантома.

Для каждой зоны фантома задается атомный номер соответствующего ей элемента из периодической таблицы Менделеева. Зоны 2 и 5 соответствуют смесям, коэффициенты ослабления $\mu_L(E)$ которых вычисляются по формуле (5).

$$\mu_L(E) = \sum_c \sum_Z \frac{m(Z, c) \mu(Z, E)}{V}, \quad (5)$$

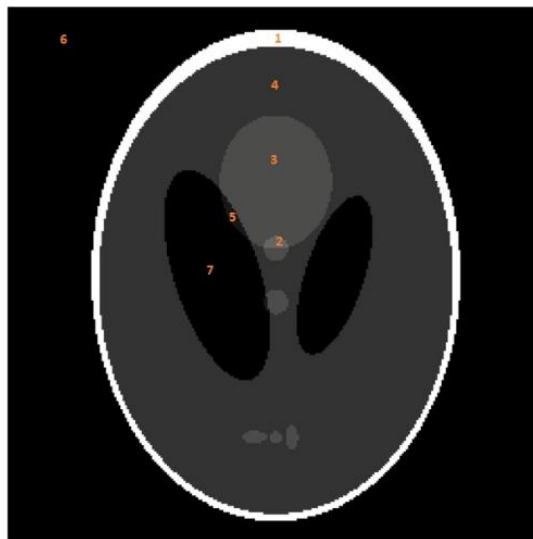


Рис. 4. Фантом Шеппа-Логана.

где V - общий объем смеси, $\mu(Z, E)$ - коэффициент ослабления элемента Z , в зависимости от энергии E , $m(Z, c)$ - молярная масса элемента Z в смеси.

В рассматриваемом случае смеси состоят из двух элементов. Для простоты реализации, считалось, что элементы содержатся в смеси в равном соотношении, а результат можно посчитать как арифметическое среднее коэффициентов поглощения, входящих в область элементов.

Следующим шагом является вычисление синограммы от рассчитанного фантома. Это осуществляется путем многократного поворота фантома на требуемый угол и вычисления лучевых сумм вдоль заранее вычисленных бесконечно тонких лучей. При повороте

изображения-фантома используется билинейная интерполяция, что сохраняет общий интеграл изображения постоянным. Это отражает тот физический факт, что один и тот же объект при любом повороте поглощает одну и ту же долю исходного излучения.

Отдельно стоит рассмотреть задачу подсчета лучевых сумм в схеме с веерным пучком. В эксперименте предполагается, что рентгеновский луч — бесконечно тонкий. Луч задается двумя точками. Первая точка — начало луча, на рисунке 1 эта точка обозначена как источник O и имеет координаты $(0,0)$, вторая точка — место пересечения луча и ячейки детектора, координата которой соответствует номеру ячейки детектора. Все пиксели изображения, которые лежат на пути луча, входят в лучевую сумму с одинаковым весом. Полученная сумма и есть значение соответствующей точки синограммы.

Так же при разработке генератора синограмм было учтено возможное наличие смещения центра вращения. Такая проблема часто существует в реальных экспериментах, поэтому ее моделирование является необходимой и важной задачей.

5. Алгоритм реконструкции.

В данном разделе будет описан используемый алгоритм восстановления синограмм в параллельной схеме. Как было сказано ранее, получение данных в томографических измерениях описывается формулой (1). Восстановление же заключается в решении уравнения (1) относительно функции $f(x, y)$ при известной $I(\theta, s)$.

Существует две основных группы методов решения этой задачи: интегральные и алгебраические методы. Первая группа заключается в поиске аналитических преобразований, упрощающих уравнение (1), а затем численного решения полученных интегральных уравнений. Характерным методом из этой группы является метод свертки и обратной проекции (FBP, Filtered Backprojection). Метод основан на преобразовании Фурье, хорошо оптимизирован и дает хорошие результаты по качеству восстановления синограмм, измеренных в хороших условиях. Однако при уменьшении количества проекций, времени экспозиции объекта и т.д. необходимы более устойчивые к внешним условиям методы.

Таковыми являются алгебраические методы. Они рассматривают изначально уравнение (1) как систему линейных уравнений для пикселей дискретных изображений:

$$p = Wf, \quad (6)$$

где p, f — линейно индексированные дискретные изображения синограммы и фантома, соответственно, а W — матрица весов, элемент w_{ij} которой показывает вклад пикселя фантома j в пиксель изображения i . В данной статье использовалась матрица весов следующего вида:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если луч } i \text{ проходит через пиксель } j \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Алгебраические методы обладают возможностью применения регуляризации — внесения поправок в восстанавливаемое изображение на каждой итерации, приближая его к выбранной модели. Например, в простейшем случае, это сводится к сглаживанию медианным фильтром.

Для восстановления синограмм в описываемой работе применялся алгебраический метод, основанный на быстром преобразовании Хафа [1]. Регуляризация в восстановлениях не применялась, чтобы не сглаживать возможные неточности, вызванные ошибками в программе пересчета синограмм.

6. Результаты восстановления.

Описанные алгоритмы пересчета координат и генерации входных данных для восстановления были реализованы программно на языке C++. Был проведен ряд модельных экспериментов, сравнивающий результаты восстановления по сгенерированным синограммам.

Ниже представлены результаты работы всей программы по частям. На рис.6 представлена синограмма для фантома Шеппа-Логана с дискретностью 2 градуса, что соответствует 180 поворотам объекта. Центр вращения объекта смещен на 10 пикселей вправо.

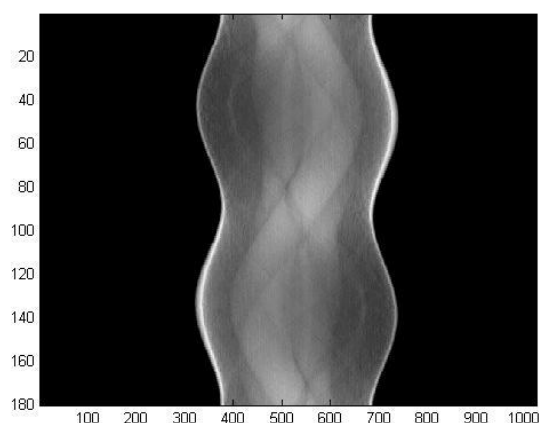


Рис. 5. Синограмма в веерной схеме.

На рис. 6 приведена пересчитанная синограмма для параллельной схемы из синограммы, представленной на рис.5. Видно, что синограмма

на рис.6 стала уже, чем на рис.5, это можно объяснить с помощью рис.1. Если посмотреть на зеленый и голубой луч, падающие в одну и ту же ячейку детектора, то можно заметить, что голубой луч может просветить более широкий объект, чем зеленый. А так как объект один и тот же для веерной и параллельной схемы эксперимента, то ожидаемо, что синограмма в параллельной схеме получится намного тоньше.

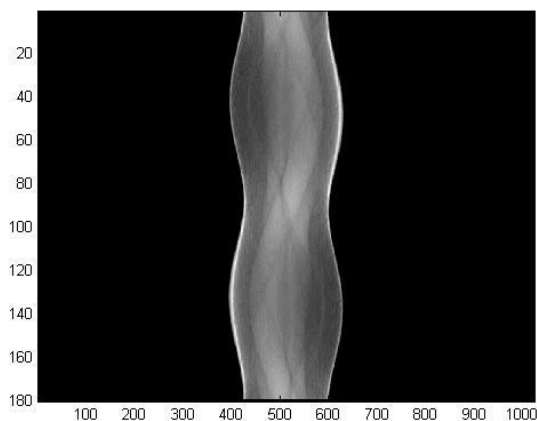


Рис. 6. Синограмма в параллельной схеме.

На рис. 7 приведено центральное сечение реконструированных изображений и исходного фантома. Восстановление производилось описанным в предыдущем разделе алгоритмом. В одном случае синограмма была изначально посчитана в параллельной схеме. В другом случае — расчет производился в веерной схеме, а для восстановления использовалось пересчитанная алгоритмом из раздела 4 синограмма.

Как видно из сечений, результаты восстановления практически полностью совпадают, что свидетельствует о корректной реализации пересчета. Едва заметные несоответствия составляют по амплитуде менее 0.5% от интенсивности неотрицательных зон фантома, то есть пренебрежимо малы. Они обусловлены использованием различных представлений луча при расчете синограмм в параллельной и веерной схемах.

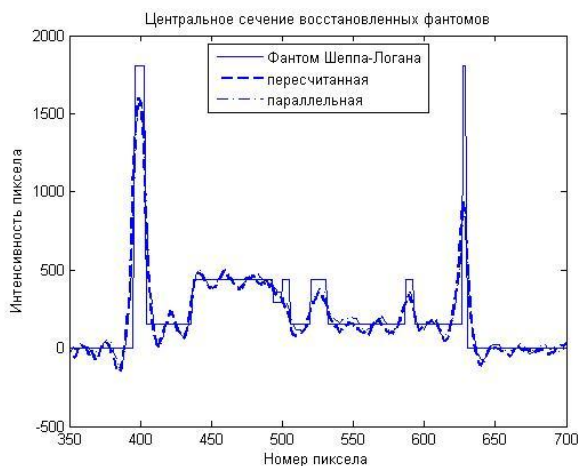


Рис. 7. Сравнение восстановлений по пересчитанной синограмме из веерной схемы и синограмме, изначально рассчитанной для параллельной схемы.

6. Заключение.

Авторами предложен и численно реализован алгоритм пересчета синограммы, рассчитанной для веерной схемы эксперимента, в синограмму, формируемую при параллельной схеме. Реализован программный комплекс, позволяющий производить симуляции и восстановления томографических измерений в веерной схеме. Проведены модельные эксперименты, показывающие корректность выбранного подхода и его реализации.

В дальнейшем полученные результаты будут использованы для анализа влияния полихроматичности излучения на качество реконструкции.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке рффи (проекты 13-07-00970-а, 13-07-12179-офи_м).

Список литературы

- [1] В. Е. Прун, А. В. Бузмаков, Д. П. Николаев, М. В. Чукалина, В. Е. Асадчиков, *Вычислительно эффективный вариант алгебраического метода компьютерной томографии*, Автомат. и телемех., №10, 2013 г., стр. 86–97.
- [2] Alexey Buzmakov, Dmitry Nikolaev, Victor Proon, Marina Chukalina and Victor Asadchikov. *Algebraic Algorithms and Approaches Used for Effective Reconstruction in Computer Tomography*. 1st International Conference on Tomography of Materials and Structures, ICTMS 2013, July 1-5 (Ghent, Belgium), Book of Abstract, Posters, pp.115-120.
- [3] <https://github.com/tschoonj/xraylib/wiki> 30/04/2014.
- [4] Shepp L., Logan B. The Fourier Reconstruction of a Head Section. *IEEE Trans. on Nucl. Sci.* NS-21, (1974). 22.

[5] Чукалина М.В., Бузмаков А.В., Николаев Д.П., Чуличков А.И., Каримов М.Г., Расулов Г.А., Сенин Р.А., Асадчиков В.Е. Рентгеновская микротомография на лабораторном источнике: техника измерений и сравнение алгоритмов реконструкции., Измерительная техника, №2, 2008 г., стр. 19-24.